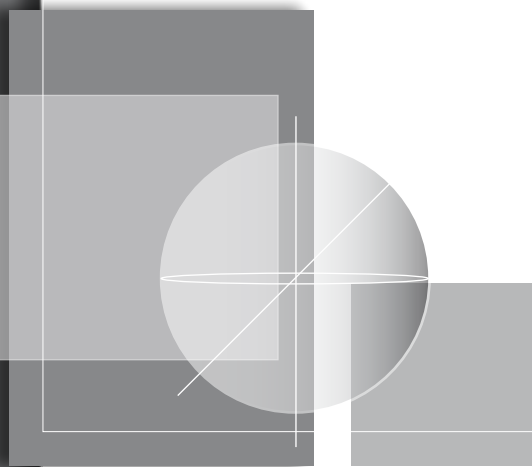


L'indispensable des Mathématiques

Pour les étudiants du secondaire et du supérieur

 Raïssa Malu



Collection savoirs et découvertes

L'indispensable des mathématiques

Pour les étudiants du secondaire et du supérieur

 Raïssa Malu



Collection savoirs et découvertes

Cet ouvrage est le résultat d'une expérience de terrain menée auprès des étudiants de la 1^{ère} secondaire à la 2^e baccalauréat, par Raïssa Malu, physicienne de formation et professeur particulier de mathématiques et physique depuis plusieurs années. L'auteure est également conseillère pédagogique chez PLENISCIENCES, société spécialisée dans le soutien scolaire et les cours particuliers à domicile. Découvrez le service sur www.plenisciences.be

Du même auteur :

L'indispensable de la physique, Raïssa Malu, 2010

Pour toute information sur les nouveautés de la collection, visitez le site web :
www.plenisciences.be

Pour toute information sur les nouveautés de la collection, visitez le site web :
www.mesressources.be

Couverture et intérieur :
Sandy Doutreluingne
(Conception graphique et mise en pages)

1^{ère} édition : 2010

©Raïssa Malu 2010

Tous droits réservés tous pays.

En dehors des exceptions définies par la loi, cet ouvrage ne peut être reproduit, enregistré dans un fichier informatique ou rendu public, même partiellement, par quelque moyen que ce soit, sans l'autorisation écrite de l'éditeur.

Imprimé en Belgique
Dépôt légal D/2010/Malu Raïssa, auteur-éditeur
ISBN 978-2-9600960-1-9

À mon père, le professeur Malu Wa Kalenga Félix
À Dany et à mes filles
Et à tous mes étudiants

■ Préface

Explorer le monde des Mathématiques, c'est un peu comme partir pour une randonnée. Certains en tireront toujours plus de plaisir que d'autres, s'y sentiront sans doute plus à l'aise. Mais dans tous les cas, un bon équipement est nécessaire pour profiter de l'expérience et éviter de se perdre en chemin.

Pour moi cette comparaison illustre très bien l'utilité de « L'indispensable des Mathématiques » pour les étudiants. C'est un peu comme la boussole ou une bonne carte pour le randonneur qui donnera au bon moment les références ou les repères nécessaires à un périple sans mauvaise surprise. Les formules présentes dans cet ouvrage constituent une excellente référence pour les étudiants du secondaire ou du supérieur. Je fais le pari que, tout comme la boussole ou une bonne carte, cet ouvrage sera de grande utilité à tout étudiant qui fera l'effort d'explorer et de comprendre le monde passionnant des Mathématiques. Et tous ceux qui aiment la randonnée comprendront à quel point cette aventure peut être un véritable plaisir.

Bonne lecture et félicitations à Raïssa Malu pour cet ouvrage très utile.

Philippe Lefèvre

Professeur à l'Université catholique de Louvain

Responsable, Ingénierie Mathématique

École Polytechnique de Louvain

■ Avant-propos

Composé de deux parties, cet ouvrage reprend dans la première partie les formules de mathématiques d'usages fréquents pour les étudiants de la 1^{ère} à la 6^e secondaire. Elles sont présentées selon leur ordre d'apparition dans le cursus scolaire. Utile aux étudiants du secondaire et du supérieur, cette partie leur permet de réviser les notions de mathématiques considérées comme acquises.

La seconde partie reprend pour les étudiants du supérieur, les formules de mathématiques appliquées à la physique. Cette partie est complémentaire à l'ouvrage, *L'indispensable de la physique*, publié dans la même collection.

Ce livre met à portée de main les règles et formules essentielles aux étudiants pour en faciliter la mémorisation et l'application. Il ne constitue en aucun cas un cours et pour être utilisé à bon escient, la matière doit avoir été comprise. C'est un aide mémoire qui ne remplacera pas le travail personnel que chaque étudiant se doit de fournir.

Raïssa Malu

Louvain-la-Neuve, août 2010

■ Remerciements

Je remercie le professeur Philippe Lefèvre pour sa disponibilité et sa préface qui décrit si bien les contours de mon livre. De même, je remercie le professeur Mourad El Amiri pour sa lecture attentive du manuscrit, ses remarques pertinentes et ses encouragements.

À mon ami Madimba Kadima-Nzuji vont mes remerciements pour ses conseils, son soutien et la mise en forme du manuscrit.

Sommaire

I^{ère} Partie	9
Les mathématiques au secondaire	9
I. Les abaques et puissances de dix	11
II. Ensembles et sous-ensembles de nombres	13
III. Symboles et significations	14
IV. Angles et triangles	15
V. Quadrilatères	18
VI. Périmètre, aire et volume	19
VII. Proportionnalité, pourcentage et échelle	21
VIII. Priorité des opérations	22
IX. Division euclidienne, troncature et arrondis	23
X. PGCD et PPCM	24
XI. Les nombres premiers	24
XII. Les fractions	25
XIII. Développement, factorisation et produits remarquables	26
XIV. Pythagore et les racines carrées	27
XV. Les puissances	28
XVI. Thalès et les proportions	29
XVII. Les équations	30
XVIII. Les inéquations	33
XIX. La trigonométrie	37
XX. Les fonctions	43
XXI. Transformation graphique d'une fonction	48
XXII. Les vecteurs	51
XXIII. Les droites	54
XXIV. Produit scalaire et produit vectoriel	56
XXV. Suites, limites et asymptotes	57

XXVI. Dérivées	62
XXVII. Fonctions exponentielles et logarithmiques	64
XXVIII. Calcul intégral	66
XXIX. Probabilités et statistiques	69
XXX. Matrices	77
XXXI. Géométrie analytique des plans et droites	81
XXXII Les coniques	84
XXXIII Les nombres complexes	85
II^e partie	91
Mathématiques appliquées à la physique pour le supérieur	
I. Géométrie	93
II. Trigonométrie	96
III. Calcul vectoriel	101
IV. Fonctions.	105
V. Résolution d'équations	110
VI. Dérivées	112
VII. Calcul différentiel	113
VIII. Les intégrales	114
IX. Calcul intégral	115

1^{ère} partie

Les mathématiques au secondaire





I. Les abaques et puissances de dix

Abaques des unités de longueur, de capacité et de masse

	kilo	hecto	déca	Unité principale	déci	centi	milli
	1000 10^3	100 10^2	10	1	0,1 10^{-1}	0,01 10^{-2}	0,001 10^{-3}
Longueur	km	hm	dam	m mètre	dm	cm	mm
Capacité	kl	hl	dal	l litre	dl	cl	ml
Masse	kg	hg	dag	g gramme	dg	cg	mg

Abaques des unités d'aires

	kilo	hecto	déca	Unité principale	déci	centi	milli
	10^6	10^4	10^2	1	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}
Aires	km ²	hm ²	dam ²	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
		ha	a	ca			

Abaques des unités de volumes

	kilo	hecto	déca	Unité principale	déci	centi	milli
	10^9	10^6	10^3	1	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}
Volumes	km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³	cm ³	mm ³

Abaques de comparaison

Volumes	1 m ³			1 dm ³			1 cm ³			1 mm ³
Capacité	1 kl	1 hl	1 dal	1 l	1 dl	1 cl	1 ml			
Masse d'eau pure	1 T			1 kg			1 g			1 mg

Quelques puissances

Puissance	Préfixe	Abréviation
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ
10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	déci	d
10^1	déca	da
10^2	hecto	h
10^3	kilo	k
10^6	méga	M
10^9	giga	G
10^{12}	téra	T

II. Ensemble et sous-ensemble de nombres

Les ensembles

\mathbb{N} est l'ensemble des **entiers naturels** = $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$

\mathbb{Z} est l'ensemble des **entiers relatifs** = $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

\mathbb{Q} est l'ensemble des **nombre rationnels** = $\left\{\frac{a}{b}; a \in \mathbb{Z}; b \in \mathbb{Z}_0\right\}$

\mathbb{R} est l'ensemble des **réels**

\mathbb{C} est l'ensemble des **nombre complexes** = $\{x + iy; (x, y) \in \mathbb{R} \text{ et } i^2 = -1\}$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

$\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ est l'ensemble des **irrationnels** = $\{\sqrt{2}, \pi, e, \dots\}$

\mathbb{R}_0 est l'ensemble des nombre **réels non nuls**.

\mathbb{R}^+ est l'ensemble des nombre **réels positifs**.

\mathbb{R}^- est l'ensemble des nombre **réels négatifs**.

\mathbb{R}_0^+ est l'ensemble des nombre **réels strictement positifs**.

\mathbb{R}_0^- est l'ensemble des nombre **réels strictement négatifs**.

Sous-ensembles

L'intervalle fermé $[a, b]$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$

L'intervalle ouvert $]a, b[$ est l'ensemble des réels x tels que $a < x < b$

L'intervalle $[a, b[$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x < b$

L'intervalle $]a, b]$ est l'ensemble des réels x tels que $a < x \leq b$

L'intervalle $[a, +\infty[$ ou $[a, \rightarrow$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x$

L'intervalle $]-\infty, a]$ ou $\leftarrow, a]$ est l'ensemble des réels x tels que $x \leq a$

La **longueur** de l'intervalle $[a, b]$ est $b - a$.

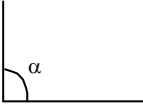
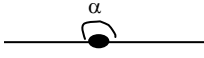
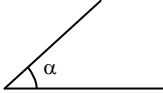
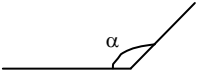
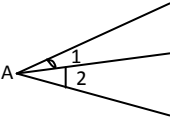
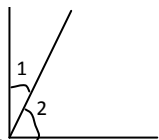
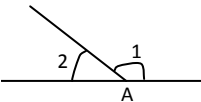
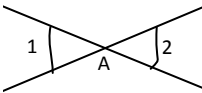
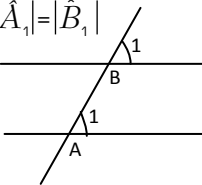
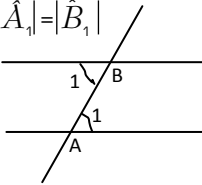
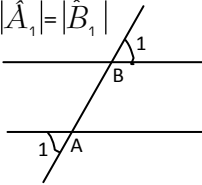
a et b sont les **extrémités** de l'intervalle et $\frac{a+b}{2}$ est son **centre**.

III. Symboles et significations

Symboles et significations	
Quantificateur universel	\forall : Pour tout ...
Quantificateur existentiel	\exists : Il existe au moins un ...
Ensemble	$\{x, y, z, \dots\}$: l'ensemble des éléments x, y, z, ...
Appartenance	$x \in A$: x appartient à l'ensemble A
Non appartenance	$x \notin A$: x n'appartient pas à l'ensemble A
Inclusion	$B \subset A$: B est inclus (ou contenu) dans A
Non inclusion	$B \not\subset A$: B n'est pas inclus dans A
Réunion	$A \cup B$: réunion de A et de B, réunion de tous les éléments des deux ensembles.
Intersection	$A \cap B$: intersection de A et B, seulement les éléments communs
Différence	$A \setminus B$: l'ensemble de tous les éléments de A qui n'appartiennent pas à B

Symboles et significations suite	
Disjonction	$p \vee q$: p ou q (ou les deux)
Conjonction	$p \wedge q$: p et q
Négation	$\neg p$: non p
Implication	$p \Rightarrow q$: p implique q
Équivalence	$p \Leftrightarrow q$: p implique q, q implique p
Fonction	$f: X \rightarrow Y$: la fonction a pour ensemble de définition X et ensemble d'arrivé Y $x \mapsto f(x)$: la variable x a pour image f(x)
Proportionnalité	\propto : est proportionnel à...
Relation d'équivalence	\sim : est équivalent à...
Approximation	\approx : approximativement égal à...
Valeur absolue	$ x $: valeur absolue (ou module) de x
Somme	Σ : Somme de ...pour...de...à...
Produit	\prod : Produit de ...pour...de...à...
Partie entière	$[x]$: partie entière inférieure de x

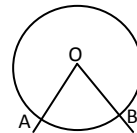
IV. Angles et triangles

Types d'angles			
angle droit $\alpha = 90^\circ$ 	angle plat $\alpha = 180^\circ$ 	angle aigu $0 < \alpha < 90^\circ$ 	angle obtus $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 
Angles adjacents \hat{A}_1 et \hat{A}_2 	Angles complémentaires $ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$ 	Angles supplémentaires $ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ$ 	Angles opposés par le sommet $ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 $ 
Angles correspondants $ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 $ 	Angles alternes internes $ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 $ 	Angles alternes externes $ \hat{A}_1 = \hat{B}_1 $ 	

Angles au centre et angles inscrits

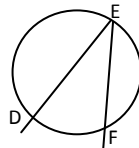
Un **angle au centre** d'un cercle est un angle dont le sommet est le centre du cercle et qui intercepte un arc du cercle.

Exemple : l'angle au centre \widehat{AOB} intercepte l'arc AB



Un **angle inscrit** dans un cercle est un angle dont le sommet est un point de la circonférence et dont les côtés sont des cordes du cercle.

Exemple : l'angle inscrit \widehat{DEF} intercepte l'arc DF



L'indispensable des mathématiques offre aux étudiants du secondaire et du supérieur une vision globale des mathématiques abordées dans le cursus scolaire. Il permet de s'assurer que les fondamentaux en mathématiques sont acquis.

Divisées en deux parties, les mathématiques au secondaire et les mathématiques appliquées à la physique pour le supérieur, ce mémo formulaire sera une aide précieuse pour la réussite aux examens de la 1^{ère} secondaire à la 2^e baccalauréat.

Explorer le monde des Mathématiques, c'est un peu comme partir pour une randonnée. Certains en tireront toujours plus de plaisir que d'autres, s'y sentiront sans doute plus à l'aise. Mais dans tous les cas, un bon équipement est nécessaire pour profiter de l'expérience et éviter de se perdre en chemin.

Philippe Lefèvre
Professeur à l'Université catholique de Louvain

ISBN 978-2-9600960-1-9



9 782960 096019